

# 基数树 (Radix Tree) 数据结构

王思成

Aug 10, 2025

在路由表匹配或字典自动补全等场景中，我们经常需要高效处理字符串的存储与检索操作。传统字典树 (Trie) 虽然提供了  $O(k)$  时间复杂度的查询性能 ( $k$  为键长度)，但其空间效率存在显著缺陷——每个字符都需要独立节点存储，导致空间复杂度高达  $O(n \cdot m)$  ( $n$  为键数量， $m$  为平均长度)。基数树 (Radix Tree) 正是针对这一痛点的优化方案。本文将深入解析基数树的核心原理，从零实现基础版本，并探讨其性能特性与实际应用场景，为开发者提供兼具理论深度与实践指导的技术方案。

## 1 基数树基础理论

### 1.1 数据结构定义

基数树的核心思想在于路径压缩 (Path Compression)，通过合并单分支路径上的连续节点，将传统 Trie 中的线性节点链压缩为单个节点。每个节点包含三个关键属性：prefix 存储共享的字符串片段，children 字典维护子节点指针 (键为子节点 prefix 的首字符)，is\_end 标志标识当前节点是否代表完整键的终点。这种设计显著减少了节点数量，其空间复杂度优化为  $O(k)$  ( $k$  为键数量)，尤其在前缀重叠度高的场景下优势明显。

### 1.2 核心操作逻辑

插入操作需处理节点分裂：当新键与现有节点 prefix 存在公共前缀时，需将该节点分裂为公共前缀节点和新分支节点。例如插入 apple 至存储 app 的节点时，会分裂为 app 父节点和 le 子节点。查找操作沿树逐层匹配 prefix 片段，最终检查目标节点的 is\_end 标志。删除操作则需逆向处理：移除键标志后，若节点子节点为空则删除该节点，若父节点仅剩单个子节点还需执行合并操作。这些操作的时间复杂度均为  $O(k)$ ， $k$  为键长度。

## 2 基数树实现详解

### 2.1 节点与树结构定义

以下 Python 实现定义了基数树的核心结构。RadixTreeNode 类包含 prefix 字符串片段、children 字典 (键为首字符，值为子节点)，以及标识完整键终点的布尔值 is\_end。RadixTree 类以空 prefix 节点作为根节点初始化：

```
1 class RadixTreeNode:
    def __init__(self, prefix: str = ""):
3         self.prefix = prefix # 当前节点存储的共享字符串片段
```

```

        self.children = {} # 子节点映射表: 键为首字符, 值为 RadixTreeNode
5         self.is_end = False # 标记是否代表完整键的终点

7 class RadixTree:
    def __init__(self):
9         self.root = RadixTreeNode() # 根节点包含空 prefix

```

此设计通过 children 字典实现快速子节点跳转, 而 prefix 的字符串片段存储正是路径压缩的关键。

## 2.2 插入操作实现

插入操作需递归查找最长公共前缀 (LCP), 并处理节点分裂。以下为带详细注释的 insert() 方法:

```

1 def insert(self, key: str):
    node = self.root
3     index = 0 # 追踪当前匹配位置

5     while index < len(key):
        char = key[index]
7         # 查找匹配首字符的子节点
        if char in node.children:
9             child = node.children[char]
            # 计算当前键与子节点 prefix 的最长公共前缀
11            lcp_length = 0
            min_len = min(len(child.prefix), len(key) - index)
13            while lcp_length < min_len and child.prefix[lcp_length] == key[index +
                ↳ lcp_length]:
                lcp_length += 1
15
            # 情况 1: 完全匹配子节点 prefix
17            if lcp_length == len(child.prefix):
                index += lcp_length
                node = child # 移动到子节点继续匹配
19            # 情况 2: 部分匹配, 需分裂子节点
21            else:
                # 创建新节点存储公共前缀部分
23                split_node = RadixTreeNode(child.prefix[:lcp_length])
                # 原子节点更新剩余片段
25                child.prefix = child.prefix[lcp_length:]
                # 将原子节点挂载到新节点下
27                split_node.children[child.prefix[0]] = child

```

```
29         # 创建新分支节点存储键剩余部分
        new_key = key[index + lcp_length:]
31         if new_key:
            new_node = RadixTreeNode(new_key)
33             new_node.is_end = True
            split_node.children[new_key[0]] = new_node
35
        # 将新节点接入原父节点
37         node.children[char] = split_node
        return
39     # 无匹配子节点，直接创建新节点
    else:
41         new_node = RadixTreeNode(key[index:])
        new_node.is_end = True
43         node.children[char] = new_node
        return
45
    # 循环结束说明键已存在，更新结束标志
47     node.is_end = True
```

关键逻辑在于 `lcp_length` 的计算与节点分裂处理：当新键 `apple` 插入存储 `app` 的节点时，LCP 为 3，此时将 `app` 节点分裂为 `app` 父节点和 `le` 子节点。该实现通过字符串切片高效处理片段分割，时间复杂度保持  $O(k)$ 。

## 2.3 查找与删除操作

查找操作 `search()` 沿树逐层匹配 `prefix` 片段，最终验证 `is_end` 标志：

```
1 def search(self, key: str) -> bool:
    node = self.root
3     index = 0

5     while index < len(key):
        char = key[index]
7         if char not in node.children:
            return False # 无匹配子节点
9
        child = node.children[char]
11        # 检查子节点 prefix 是否匹配键剩余部分
        if key[index:index+len(child.prefix)] != child.prefix:
13            return False # 片段不匹配
```

```
15     index += len(child.prefix)
16     node = child # 移动到子节点
17
18     return node.is_end # 必须为完整键终点
```

删除操作 `delete()` 需清理空节点并向上回溯合并：

```
def delete(self, key: str):
2     def _delete(node, key, depth):
3         if depth == len(key):
4             if not node.is_end:
5                 return False # 键不存在
6             node.is_end = False
7             return len(node.children) == 0 # 是否可删除
8
9         char = key[depth]
10        if char not in node.children:
11            return False # 键不存在
12
13        child = node.children[char]
14        child_prefix = child.prefix
15        # 验证子节点 prefix 完全匹配
16        if key[depth:depth+len(child_prefix)] != child_prefix:
17            return False
18
19        # 递归删除子节点
20        should_delete = _delete(child, key, depth + len(child_prefix))
21        if should_delete:
22            # 删除子节点并检查父节点是否需合并
23            del node.children[char]
24            # 若父节点仅剩一个子节点且非终点，则合并
25            if len(node.children) == 1 and not node.is_end:
26                only_child = next(iter(node.children.values()))
27                node.prefix += only_child.prefix
28                node.is_end = only_child.is_end
29                node.children = only_child.children
30            return len(node.children) == 0 and not node.is_end
31        return False
32
33    _delete(self.root, key, 0)
```

删除 apple 后，若其父节点 app 仅剩子节点 lication，且 app 自身非终点，则会合并为 application 节点。这种合并机制进一步优化了空间利用率。

## 3 复杂度分析与性能优势

### 3.1 时间复杂度与空间效率

所有核心操作（插入/查找/删除）的时间复杂度均为  $O(k)$ ，其中  $k$  为键长度。这是因为每次操作最多遍历树的高度，而基数树通过路径压缩保证了树高不超过最长键的长度。空间复杂度优化为  $O(k)$ （ $k$  为键数量），显著优于传统 Trie 的  $O(n \cdot m)$ 。例如存储 1000 个平均长度 10 的 URL 时，Trie 可能需  $10^4$  节点，而基数树因路径压缩可减少至  $2 \times 10^3$  节点量级。

### 3.2 实际性能场景

基数树在长键且高前缀重叠场景下优势显著：路由表中存储 IP 前缀（如 192.168.1.0/24 和 192.168.2.0/24）或字典词库（如 compute 和 computer）时，空间节省率可达 60% 以上。但在短键或低重叠场景（如随机哈希值）中，其性能与传统 Trie 接近甚至略差，因路径压缩收益有限而节点结构更复杂。此时可考虑变种如 ART 树优化。

## 4 优化与变种

### 4.1 进阶路径压缩

通过设置最小片段长度阈值（如 4 字符），可避免过短片段的分裂。当新键与节点 prefix 的 LCP 小于阈值时，不立即分裂而是等待后续插入触发。这种惰性压缩策略减少了频繁分裂的开销，尤其适合流式数据插入场景。

### 4.2 变种结构解析

**PATRICIA Trie** 针对二进制键优化，将 IP 地址等数据视为比特流处理，每层分支对应一个比特位，极大提升路由查找效率。其节点结构可定义为：

```
1 class PatriciaNode:
2     def __init__(self, bit_index: int):
3         self.bit_index = bit_index # 当前比较的比特位索引
4         self.left = None # 该位为 0 的子节点
5         self.right = None # 该位为 1 的子节点
```

**ART 树**（自适应基数树）动态调整节点大小，根据子节点数量选择 4 种节点类型：

- Node4：最多 4 个子节点，用数组存储
- Node16：16 个子节点，SIMD 优化查找
- Node48：48 个子节点，使用二级索引

- Node256: 256 个子节点，直接索引这种设计提升 CPU 缓存命中率，在内存数据库索引中性能提升可达 $5\times$ 。

## 5 应用场景与案例

### 5.1 网络路由表

基数树天然支持最长前缀匹配 (Longest Prefix Match)，当查询 IP 地址 192.168.1.5 时，树中同时匹配 192.168.1.0/24 和 192.168.0.0/16 两条路由，算法自动选择更具体的 /24 路由。Linux 内核的 IP 路由表即采用基数树变种。

### 5.2 数据库索引

Redis 的 Stream 模块使用 **Rax** 树存储消息 ID，其核心优势在于：

- 消息 ID 前缀高度相似（时间戳部分相同）
- 支持范围查询（遍历子树）
- 内存压缩率达 40% 以上插入千万级消息时，Rax 树比跳表节省 300MB 内存。

### 5.3 自动补全系统

输入前缀 app 时，基数树可通过 DFS 遍历子树收集所有 is\_end=True 的节点，高效返回 [apple, application, apply] 等建议词。对比暴力扫描，性能提升服从  $O(k)$  与  $O(n)$  的量级差异，当词典量级  $n=10^6$  时响应时间从百毫秒降至亚毫秒。

## 6 手写实现完整代码

以下为基数树的完整 Python 实现，含边界处理与测试用例：

```
1 class RadixTree:
2     # 初始化与前述相同，此处省略
3
4     def insert(self, key: str):
5         if not key: # 处理空键
6             self.root.is_end = True
7             return
8         # 插入逻辑如前所述
9
10    def search(self, key: str) -> bool:
11        if not key: # 空键检查
12            return self.root.is_end
13        # 查找逻辑如前所述
```

```
15 def delete(self, key: str):
    if not key: # 空键处理
17         self.root.is_end = False
        return
19     # 删除逻辑如前所述

21 def print_tree(self, node=None, indent=0):
    """ 树结构打印函数, 用于调试 """
23     node = node or self.root
    print('└' * indent + f'[{node.prefix}]' + ('*' if node.is_end else ''))
25     for char, child in sorted(node.children.items()):
        self.print_tree(child, indent + 2)
27

# 测试用例
29 def test_radix_tree():
    rt = RadixTree()
31     rt.insert("apple")
    rt.insert("application")
33     rt.insert("app")
    print(rt.search("app")) # True
35     print(rt.search("apple")) # True

37     rt.delete("app")
    print(rt.search("app")) # False
39     print(rt.search("apple")) # True

41     rt.print_tree()
    # 输出:
43     # [app] -> 删除后不再存在
    # [le]* -> apple 的'le'节点
45     # [lication]* -> application 节点

47 test_radix_tree()
```

此实现包含空键处理、重复插入忽略等边界条件。print\_tree() 方法通过缩进打印树形结构, 直观展示节点分裂与合并效果。

基数树通过路径压缩技术, 在保留 Trie 高效前缀检索能力的同时, 显著优化空间利用率, 尤其适用于路由表、字典词库等高前缀重叠场景。实现关键在于节点分裂/合并逻辑与公共前缀处理, 本文已通过 Python 示例详细解析。在工业级应用中, 可进一步探索:

- 并发安全：结合读写锁（RWLock）实现高并发访问
- 持久化存储：设计磁盘序列化格式应对大数据场景
- 混合结构：在低层节点使用 ART 树优化缓存命中率

基数树及其变种在数据库索引、网络设备、实时搜索等领域持续发挥价值。读者可在实际项目中尝试应用，例如：你在处理大规模字符串检索时是否遇到过性能瓶颈？采用基数树优化后带来了哪些改进？